



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 24.02.2017
CLASA a VII-a

Subiectul I. (7 puncte)

Se dă suma $S = \frac{2018}{1 \cdot 3} + \frac{2018}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{2018}{2015 \cdot 2017}$;

a) Să se arate că $2017 \cdot S \in \mathbb{N}$;

b) Arătați că $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{S}{1009}$.

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Subiectul II. (7 puncte)

Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{a+3c} = \frac{3c}{a+2b}$. Știind că $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \in \mathbb{N}^*$,
calculați valoarea minimă a expresiei: $(a + b + c)^{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)}$.

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Subiectul III. (7 puncte)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și pătratul $EFGH$ astfel încât $AB \cap HE = \{P_1\}$,
 $AB \cap EF = \{P_2\}$, $BC \cap EF = \{P_3\}$, $BC \cap FG = \{P_4\}$, $CD \cap FG = \{P_5\}$, $CD \cap GH = \{P_6\}$, $AD \cap GH = \{P_7\}$,
 $AD \cap HE = \{P_8\}$. Să se arate că $\frac{AP_1}{P_1E} \cdot \frac{EP_2}{P_2B} \cdot \frac{BP_3}{P_3F} \cdot \frac{FP_4}{P_4C} \cdot \frac{CP_5}{P_5G} \cdot \frac{GP_6}{P_6D} \cdot \frac{DP_7}{P_7H} \cdot \frac{HP_8}{P_8A} = 1$.

prof. Claudia Sandea, Colegiul Național Pedagogic "Gh. Lazăr" Cluj-Napoca

Subiectul IV. (7 puncte)

Fie paralelogramul $ABCD$ și E mijlocul lui $[AB]$, iar B mijlocul lui $[DF]$. Dacă
dreptele EF și DC se intersectează în M , arătați că aria triunghiului ΔMDF este de patru ori
aria triunghiului ΔAED .

prof. Teodor Poenaru, Cluj-Napoca

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Toate subiectele sunt obligatorii.
Țimp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!